(MAT - 5301-6)

B.Sc(MPC, MPCS, MSCS, MECS, MPM Degree (CBCS) Examinations

OCTOBER - 2019

EXAMINATION AT THE END OF SEMESTER - V

PART-II - MATHEMATICS

LINEAR ALGEBRA

TIME: Two and half hours

Maximum: 60 Marks

SECTION-A

Answer any **Five** questions. Each question carries 4 marks.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు 4 మార్కులు. 5X4=20M

1. Show that (1,0,-1),(2,1,3),(-1,0,0),(1,0,1) are linearly dependent.

   (1,0,-1),(2,1,3),(-1,0,0),(1,0,1) సదిశలు ఋజు అస్వాతంత్రమని చూపండి.

2. If S is a subset of a vector space V(F) then prove that (a)S is a subspace of V$\Leftrightarrow$ L(S)=S

   V(F) సదిశాంతరాళానికి S ఒక ఉప పరిమితి అయితే (a) V కి S ఉపాంతరాళము$\Leftrightarrow$ L(S)=S

   అని నిరూపించండి.

3. If α, β, γ are linearly independent vectors of a vector space V(F), show that $\alpha+\beta$, $\beta+\gamma, \gamma+\alpha$ are also linearly independent.

   α, β, γ అను సదిశలు సదిశాంతరాళము V(F) లో ఋజు స్వాతంత్ర సదిశలు అయితే $\alpha+\beta$, $\beta+\gamma, \gamma+\alpha$ కూడా ఋజు స్వాతంత్ర సదిశలు అని చూపండి.

4. Show that the set {(1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)} is a basis of C^3(C).

   సదిశాంతరాళముC^3(C) కి సమితి {(1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)} ఒక ఆధారమగునని చూపించుము.

5. If T is a linear transformation from a vector space U(F) in to a vector space V(F) then prove that R(T), the range of T is a subspace of V.

   సదిశాంతరాళము U(F) నుండి సదిశాంతరాళము V(F) కు T అనునది ఋజుపరివర్తనము అయితే V కు R(T) ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

6. Let T: $R^3 \rightarrow R^3$ be defined by T(x,y,z)=(x-y+2z,2x+y-z,-x-2y) Find the null space of T.

   T(x,y,z)=(x-y+2z,2x+y-z,-x-2y) గా నిర్వచించబడిన T: $R^3 \rightarrow R^3$ యొక్క శూన్య అంతరాళం కనుక్కోండి

7. Prove that the characteristic vectors corresponding to distinect characteristic roots of a matrix are Linearly independent.

(P.T.O)

మాత్రికలోని లాక్షణిక సదిశలు కలిగి వున్న లాక్షణిక మూలములు ఋజు స్వతంత్యములు అని నిరూపించండి.

8. Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ by using elementary transformation.

ప్రాథమిక పరివర్తన ఉపయోగించి $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ యొక్క విలోమ మాత్రికను కనుగొనుము

9. Show that $\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), , \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)$ from an Orthogonal set .

$\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), , \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)$ అనేవి ఆర్థోగోనల్ సెట్ అని నిరూపించుము

10.State and prove Triangle inequality.

త్రిభుజ అసమానతను ప్రవచించి చూపించుము.

SECTION–B

Answer all questions . Each question carries 8 marks. **5X8M=40M**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము, ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు ఒక్క మార్కు.

UNIT I

11.(a)Prove that the necessary and sufficient condition for a non empty subset W of vector space V(F) to be Subspace of V is that $a, b \epsilon F, \alpha, \beta \Rightarrow a\alpha + b\beta \epsilon w$.

W అనునది V(F) సదిశాంతరాళము యొక్క శూన్యేతర ఉపసమితి, W అనునది V(F) కు ఉపాంతరాళము అగుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము $a, b \epsilon F, \alpha, \beta \Rightarrow a\alpha + b\beta \epsilon w$.

(OR)

(b)Let w_1 *and* w_2 be two subspace of a vector space V(F) , then $w_1 \cup w_2$ is asubspace of V(F) iff $w_1 \subseteq w_2$ or $w_2 \subseteq w_1$.

w_1, w_2 లు సదిశాంతరాళంలోఉపాంతరాళాలు కావడానికి $w_1 \subseteq w_2$ లేదా $w_2 \subseteq w_1$.అనేది అవాశ్యకం,పర్యాప్తం అని నిరూపించుము

(P.T.O)

UNIT II

12.(a) If w_1 *and* w_2 are subspaces of a finite dimensional vector space V(F) then prove that

$\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$

సదిశాంతరాళము V(F) కు w_1 మరియు w_2 యొక్క ఉపాంతరాళము అయితే

$\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$ అని నిరూపించండి

(OR)

(b) If W is a subspace of a finite dimensional vector space V(F) then prove that

$\dim(v/w) = \dim v - \dim w$

పరిమితి పరిమాణ సదిశాంతరాశానికి V(F) ఉపాంతరాళము అయితే $\dim(v/w) = \dim v - \dim w$

అని నిరూపించండి

UNIT III

13.(a) If Tis a liner transformation from a vecto space U(F) into a vector space V(F) and U is

Finite dimensional then rank(T)+nullity(T)=dim U

U,V సదిశాంతరాళము T:U→ V ఋజుపరివర్తన అయితే T యొక్కకొటి + T శూన్య త్వం =dim U అని

నిరూపించండి .

(OR)

(b) Show that the mapping T: $V_2(R) \rightarrow V_3(R)$ defined as T(a,b)=(a+b,a-b,b) is a linear

transformation fromm : $V_2(R) into \ V_3(R)$ find the range, rank, nullspace and nullity of T.

T: $V_2(R) \rightarrow V_3(R)$ ప్రమేయాన్ని T(a,b)= (a+b,a-b,b) నిర్వచిస్తే T ని ఋజుపరివర్తననుని

చూపండి. T యొక్క వ్యాప్తి పరివర్తనకొటి, పరివర్తనా శూన్యంతారాళం మరియు పరివర్తన శూన్యత

కనుగొనండి.

(P.T.O)

UNIT -IV

14.. State and prove Cayley –Hamilton theorem.

కేలే- హామిల్టన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

(OR)

(b).Find the eigen values and eigen vectors of the matix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రికకు లాక్షణిక మూలాలు తత్సంబధిత లాక్షణిక కనుక్కోండి.

UNIT- V

15.(a) State and Prove Cauchy-Schwarz',s unequality.

కోషి స్కార్జ్ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించుము.

(OR)

(b) If α, β are two vectors in a unitary space , then prove that

(i) $4(\alpha, \beta) = \| \alpha, \beta \|^2 - \| \alpha - \beta \|^2 + i\| \alpha + i\beta \|^2 - i \| \alpha - i\beta \|^2$

(ii) $(\alpha, \beta) = \mathrm{Re} < (\alpha, \beta) > + i\mathrm{Re} < \alpha, i\beta >$ అని నిరూపించండి

(MAT - 5301-6)

B.Sc(MPC, MPCS, MSCS, MECS, MPM Degree (CBCS)

MARCH - 2021

EXAMINATION AT THE END OF SEMESTER- V

PART-II MATHEMATICS

LINEAR ALGEBRA

TIME : Three hours

Maximum : 60 Marks

Section-A

Answer any five questions. Each question carries 4 marks. $5 \times 4 = 20\ M$

1. Let V be the set of all pairs of (a, b) of real numbers R .Show that V is not a vector space with the operations defined by $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, 0), c(a_1, b_1) = (ca_1, b_1)$.

   R వాస్తవ సంఖ్యాసమితి మరియు వాస్తవ క్రమయుగ్మము (a, b)లు మూలకాలు గల సమితి V అనుకొనుము. V పై పరిక్రియలను $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, 0), c(a_1, b_1) = (ca_1, b_1)$ అని నిర్వచించిన , V సదిశాంతరాళము కాదని చూపుము.

2. Prove that the linear span $L(S)$ of any subset S of a vector space $V(F)$ is a subspace of $V(F)$.

   సదిశాంతరాళము $V(F)$ కు ఉపసమితి S యొక్కఋజువ్యాప్తి $L(S)$, $V(F)$ ఉపాంతరాళమని చూపుము.

3. Show that the set $S = \{(1,0,0)(0,1,0), (1,1,0)(1,1,1)\}$ is a spanning set of $R^3(R)$ but not a basis.

   $R^3(R)$ లోని సదిశల సమితి $S = \{(1,0,0)(0,1,0), (1,1,0)(1,1,1)\}$, $R^3(R)$ ని వ్యాప్తి చేయును కాని $R^3(R)$ కు ఆధారము కాదని చూపుము.

4. Find the coordinates of $\alpha = (4,5,6)$ with respect to the basis set $S = \{(1,1,1)(-1,1,1), (1,0,-1)\}$

   $S = \{(1,1,1)(-1,1,1), (1,0,-1)\}$ ఆధారముగా, $\alpha = (4,5,6)$ యొక్క నిరూపకాలను కనుగొనుము.

5. Find a linear transformation $T: R^2 \to R^2$ defined by $T(1,0) = (1,1) and\ T(0,1) = (-1,2)$

   $T: R^2 \to R^2$ ని $T(1,0) = (1,1) and\ T(0,1) = (-1,2)$అని నిర్వచించిన ఋజుపరివర్తనను కనుగొనుము.

6. Find the null space of the linear transformation $T: R^2 \to R^3$ defined by $(x, y) = (x + y, x - y, y)$.

   $T: R^2 \to R^3$ ని $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$గా నిర్వచించిన శున్యాంతరాళమును కనుగొనుము.

7. Find the Eigen values of the matrix $\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$.

   మాతిక $\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$కు లాక్షణికమూలములును కనుగొనండి.

(P.T.O)

8. Find the characteristic Polynomial of a square matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

మాతృక $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ కు స్వాభావిక సమీకరణమును కనుగొనుము.

9. State and prove Parallelogram law.

సమాంతర చతుర్భుజ సూత్రమును నిర్వచించి,నిరూపించుము.

10. Prove that $S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set in R^3 with standard inner product.

R^3 లో, $S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ లంబాభిలంబ సమితి అని చూపుము.

Section-B

Answer any following questions. Each question carries 8 marks $5 \times 8 = 40\ M$

11. a) Prove that the union of two subspaces of a vector space is a subspace if and only if one is contained in another.

రెండు ఉపాంతరాళముల సమ్మేళనము ఉపాంతరాళమగుటకు ఆవశ్యక,పర్యాప్త నియమము ఒకటి మరియొక దానికి ఉపసమితి అని నిరూపించుము.

(Or)

b) Let $V(F)$ be a vector space and $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n\}$ is a finite subset of non zero vectors of $V(F)$ .Then prove that S is linearly dependent if and only if some vector $\alpha_k \in S, 2 \le k \le n$ can be expressed as a linear combination of its preceding vectors.

$V(F)$ సదిశాంతరాళమునకు అశూన్య సదిశలు గల పరిమిత ఉపసమితి $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n\}$ అనుకొనుము.అపుడు S ఋజుపరాధీనము అగుటకు ఆవశ్యక,పర్యాప్త నియమము ఏదో ఒక $\alpha_k \in S, 2 \le k \le n$ను దాని ముందుండు సదిశల ఋజుసంయోగము అని నిరూపించుము.

12. a) Let W_1 *and* W_2 be two subspaces of R^4 given by $W_1 = \{(a, b, c, d): b - 2c + d = 0\}, W_2 = \{(a, b, c, d): a = d, b = 2c\}$. Find the basis and dimension of $i)\ W_1 ii) W_2, iii) W_1 \cap W_2$ and hence find the $\dim W_1 + W_2$.

R^4కు W_1 మరియు W_2లు ఉపాంతరాళములు మరియు $W_1 = \{(a, b, c, d): b - 2c + d = 0\}, W_2 = \{(a, b, c, d): a = d, b = 2c\}$.అప్పుడు $i)\ W_1 ii) W_2, iii) W_1 \cap W_2$ ఉపాంతరాళముల పరిమాణములు కనుగొని తద్వారా $\dim W_1 + W_2$ ను కనుగొనుము.

(Or)

(PTO)

b) Let W be a subspace of finite dimensional vector space $V(F)$, then prove that $dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$.

పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళము $V(F)$కి W ఉపాంతరాళము అయిన, $dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$ అని నిరూపించుము.

13. a) State and prove Rank-Nullity theorem.

సదిశాంతరాళము యొక్క కోటి(Rank),శూన్యతల(Nullity) సిద్ధాంతము ప్రవచించి,నిరూపించుము.

(Or)

b) Let $U(F)$ and $V(F)$ be two vector spaces and $T: U \to V$ is a linear transformation then prove that range space $R(T)$ is a subspace of $V(F)$ and null space $N(T)$ is a subspace of $U(F)$.

సదిశాంతరాళము $U(F)$నుండి సదిశాంతరాళము $V(F)$కు T అనునది ఋజుపరివర్తనము అయితే $V(F)$కు $R(T)$ ఉపాంతరాళము, $U(F)$కు $N(T)$ $N(T)$ అని నిరూపించుము.

14. a) Find the characteristic root and the corresponding characteristic vector of the Square matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ అను మాత్రికకు ఐగెన్ మూలములు మరియు అనురూప ఐగెన్ సదిశలు కనుగొనుము.

(Or)

b) State and Prove Cayley-Hamilton theorem .

కేలే-హేమిల్టన్ సిద్ధాంతము ప్రవచించి,నిరూపించుము.

15. a) In a real inner product space ,if u and v are two vectors such that $\|u\| = \|v\|$, then prove that $u - v$ and $u + v$ are orthogonal.

వాస్తవ అంతర్లబ్ధాంతరాళములో u, vలు రెండు సదిశలు మరియు $\|u\| = \|v\|$,అయిన $u - v$ మరియు $u + v$లు అభిలంబ సదిశలు అని నిరూపించుము.

(Or)

b) State and Prove Cauchy-Schwarz's inequality.

కోషి అసమత(Cauchy-Schwarz's)ను ప్రవచించి,నిరూపించుము.

****

(MAT - 5301-6)

B.Sc Degree (CBCS) Examinations

FEBRUARY - 2022

EXAMINATION AT THE END OF SEMESTER- V

PART-II MATHEMATICS

LINEAR ALGEBRA

TIME : Three hours | Maximum : 60 Marks

SECTION – A

Answer any FIVE of the following questions : **5X4=20 M**

1. Express the vector $\alpha = (1,-2,5)$ as a linear combination of the vectors $e_1 = (1,1,1)$, $e_2 = (1,2,3)$, $e_3 = (2,-1,1)$

   $\alpha = (1,-2,5)$ ను $e_1 = (1,1,1)$, $e_2 = (1,2,3)$, $e_3 = (2,-1,1)$ యొక్క జూజు సంయోగముగా వ్రాయండి

2. Prove that the intersection of any two subspaces of vector space V(F) is also a subspace.

   సదిస అంతరాళము V(F) లో రెండు ఉపాంతరాళముల యొక్క ఛేధనము కూడా ఉపాంతరాళము అని చూపుము.

3. Show that the vectors (2,1,4), (1,-1,2) ,(3,1,-2) forms a basis of R^3.

   (2,1,4), (1,-1,2) ,(3,1,-2) సమితి R^3. కి ఆధారమని చూపుము.

4. Find the coordinates of (2,3,4,-1) with respect to the basis of V_4 (R) .B= $\{(1,1,1,2), (1,-1,0,0), (0,0,1,1), (0,1,0,0)$

   (2,3,4,-1) యొక్క నిరూపకాలను V_4 (R)) యొక్క ఆధారమని చూపుము.

5. Find $T(x,y,z)$ where $T: R^3 \to R$ is defined by $T(1,1,1) = 3, T(0,1,-2) = 1, T(0,0,1) = -2$

   $T: R^3 \to R$ ప్రమేయాన్ని $T(1,1,1) = 3, T(0,1,-2) = 1, T(0,0,1) = -2$ నిర్వచించి $T(x,y,z)$ కనుగొనండి

6. Let U(F) and V(F) be two vector spaces and $T: U \to V$ is a linear transformation .then prove that Range space of T is a subspace of V(F).

   U(F) మరియు V(F)లు రెండు సదిస అంతరాళము లు మరియు $T: U \to V$ ఋజు పరివర్తన అయిన ,Vకి R(T) ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

7. Show that the equations $x + y + z = 4, 2x + 5y - 2z = 3, x + 7y - 7z = 5$ are not consistent .

   $x + y + z = 4, 2x + 5y - 2z = 3, x + 7y - 7z = 5$ సమీకరణాలు పొంతన నియమాన్ని పాటించవని చూపండి.

8. Find the characteristic values of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

   $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక విలువలను కనుగొనండి

9. State and prove Parallelogram law. సమాంతర చతుర్భుజ నియమాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

10. Find $S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, -\frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set in R^3 with standard inner product

    ప్రామాణిక అంతర్లబ్ధాంతరాళము ఉపయోగించి R^3 లో $S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, -\frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ యొక్క లంబాభిలంబ సమితిని కనుగొనుము.

SECTION – B

Answer all the following questions : **5X8=40 M**

11. (a) If W_1 and W_2 are two subspaces of V(F). then $W_1 \cup W_2$ is a subspace of V(F) if and only if $W_1 \subseteq W_2$ or $W_2 \subseteq W_1$

    W_1 మరియు W_2 లు V(F) కి రెండు ఉపాంతరాళములు అయితే $W_1 \cup W_2$,V(F) కి ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యప్త నియమము $W_1 \subseteq W_2$ or $W_2 \subseteq W_1$

(P.T.O)

(OR)

(b) Let V(F) be a vector space. A non empty set $W \subseteq V$. The necessary and sufficient condition for W to be a subspace of V is $a, b \in F$ & $\alpha, \beta \in V \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$

W అనునది V(F) అను సదిశాంతరాళము యొక్క శూన్యేతర ఉపసమితి. W అనునది V(F) కు ఉపాంతరాళము కావడానికి అవశ్యక పర్యప్త నియమము

12. (a) Let W be a subspace of a finite dimensional vector space V(F) then prove that $\dim(V/W) = \dim V - \dim W$.

పరిమిత పరిమాణ సదిస అంతరళము V(F)కి ఉపాంతరాళము అయితే $\dim(V/W) = \dim V - \dim W$. అని చూపండి

(OR)

(b) Let W_1 and W_2 be the subspaces of R^4 generated by $\{(1,1,0,-1),(1,2,3,0),(2,3,3,-1)\}$ and $\{(1,2,2,-2),(2,3,2,-3),(1,3,4,-3)\}$ respectively then find the dimension of (i) W_1 (ii) W_2 (iii) $W_1 + W_2$ (iv) $W_1 \cap W_2$

R^4 కి W_1, W_2 లు $\{(1,1,0,-1),(1,2,3,0),(2,3,3,-1)\}$ మరియు $\{(1,2,2,-2),(2,3,2,-3),(1,3,4,-3)\}$ చే జనితమయిన W_1, W_2 రెండు ఉపాంతరాళములు అయితే (i) W_1 (ii) W_2 (iii) $W_1 + W_2$ (iv) $W_1 \cap W_2$ యొక్క పరిమాణాలను కనుగొనండి

13. (a) State and prove Rank-Nullity theorem.

కోటి -శూన్యత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR)

(b) Show that the function $T: R^3 \to R^3$ defined by $T(x,y,z) = (x-y, 0, y+z)$ is a linear transformation.

$T: R^3 \to R^3$ ప్రమేయాన్ని $T(x,y,z) = (x-y, 0, y+z)$ గా నిర్వచించబడిన T ఋజు పరివర్తన అని చూపండి.

14 (a) State and prove Cayley-Hamilton theorem

కాలీ హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి

(OR)

(b) Find the characteristic roots and the corresponding characteristic vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ కి లాక్షణిక మూలాలు,లాక్షణిక సదిసలు కనుగొనుము.

15. (a)State and prove Bessel's Inequality . బెస్సెల్ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించండి

(OR)

(b) Apply Gram -Schmidt process to the vectors $\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ to Find an Ortho normal basis for $V_3(R)$ with standard Innerproduct.

$V_3(R)$ పై ప్రామాణిక అంతర్లబ్ధాంతరాళము ఉపయోగించి గ్రామ్మ్-స్మిడ్ట్ పద్ధతిన $\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ యొక్క లంబాభిలంబ సమితిని కనుగొనుము.

(MAT N 4301-2)

B.Sc Degree (CBCS) Examinations, JULY -2022

(MPC,MPCS,MSCS,MECS,MCCS)

IV SEMESTER

LINEAR ALGEBRA

TIME : 3.00 Hours

Maximum : 60 Marks

Section – A

5 x 4 = 20 marks

Answer any FIVE questions

1. Prove that the union of two subspaces of V(F) need not be a subspace of V(F) .

   V(F) యొక్క రెండు ఉపాంతరళంల సముచ్చయం V(F) కి ఉపాంతరళం కాదని చూపండి.

2. Show that the vector $a=(2, -5, 3)$ in R^3 cannot be expressed as a linear combination of the vectors $e_1=(1, -3, 2)$, $e_2=(2, -4 , -1)$ and $e_3=(1, -5, 7)$.

   R^3 లోసదిశ $a=(2, -5, 3)$ ను $e_1=(1, -3, 2)$, $e_2=(2, -4 , -1)$ మరియు $e_3=(1, -5, 7)$ సదిశల ఋజు సంయోగమగా వ్యక్త పరచలేము అని చూపండి .

3. Show that the set of vectors $\{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (1, -1, 2)\}$ form a basis for R^3.

   R^3 కి $\{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (1, -1, 2)\}$ సదిశల సమితి ఆధారంని ఏర్పరుస్తుందని అని చూపండి .

4. Show that the vectors $a_1 =(1, 1, 1)$, $a_2 = (-1, 1, 0)$, $a_3 = (1, 0, -1)$ form a basis of R^3 and express $(4, 5, 6)$ in terms of a_1, a_2 , a_3 .

   సధిశలు $a_1 =(1, 1, 1)$, $a_2 = (-1, 1, 0)$, $a_3 = (1, 0, -1)$ లు R^3 కి ఆధారం అనిచూపండి మరియు $(4, 5, 6)$ ని a_1, a_2 , a_3 లో వ్యక్తీకరించండి .

5. Define linear transformation and show that the function $T: R^3 \to R^3$ defined by $T(x, y, z) = (x - y, 0, y + z)$ is a linear transformation.

   ఋజు పరివర్తన ను నిర్వచించండి మరియు $T: R^3 \to R^3$ని $T(x, y, z) = (x - y, 0, y + z)$ గా నిర్వచించిన T ఋజు పరివర్తన అని చూపండి .

6. Let $T: R^3 \to R^3$ be defined by $T(x, y, z) = (x - y + 2z,\ 2x + y - z,\ -x - 2y)$. Find the null space of T , rank and nullity of T.

$T: R^3 \to R^3$ ని $T(x, y, z) = (x - y + 2z,\ 2x + y - z,\ -x - 2y)$గా నిర్వచించిన T యొక్క శూన్య అంతరాళం , కోటి మరియు శూన్యత కనుగొనండి .

7. Show that the system of equations $x - 4y + 7z = 14$, $3x + 8y - 2z = 13$, $7x - 8y + 26z = 5$ are inconsistent .

$x - 4y + 7z = 14$, $3x + 8y - 2z = 13$, $7x - 8y + 26z = 5$ సమీకరణాలు పొంతన నియమం పాటించవు అని చూపండి .

8. If λ_1 , λ_2 , ... λ_n are the characteristic roots of A then prove that λ_1^2 , λ_2^2 , ... λ_n^2 are characteristic roots of A^2 .

A యొక్క లాక్షణిక మూలాలు λ_1 , λ_2 , ... λ_n అయితే A^2 యొక్క లాక్షణిక మూలాలు λ_1^2 , λ_2^2 , ... λ_n^2 అని చూపండి .

9. State and Prove Triangle-Inequality.

త్రిబుజ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించండి .

10. State and prove Parseval's identity in an inner product space V(F).

అంతరలబ్ధ అంతరాళం V(F) లో పార్సవెల్ అనన్యతను ప్రవచించి నిరూపించండి .

SECTION-B **5 X 8 = 40 M**

Answer the following questions

11. (a) Prove that the union of two subspaces of a vector space is a subspace if and only if one is contained in the other.

సదిశాంతరళం యొక్క రెండు ఉపాంతరళంల సముచ్చయం ఉపాంతరళం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము ఒకటి యింకొక దానిని కలిగి వుండడము .

(OR)

(b) If W_1 and W_2 are two subspaces of a vector space V(F) then prove that (i) $W_1 + W_2$ is a subspace of $V(F)$ and (ii) $W_1 \subseteq W_1 + W_2$ and $W_2 \subseteq W_1 + W_2$.

W_1 మరియు W_2 లు $V(F)$ కి రెండు ఉపాంతరళంలు అయితే (i) $W_1 + W_2$ అనునది $V(F)$ కి ఉపాంతరళం అని మరియు (ii) $W_1 \subseteq W_1 + W_2$ మరియు $W_2 \subseteq W_1 + W_2$ అని చూపండి.

12. (a) Let W_1 and W_2 be two subspaces of a finite dimensional vector space V(F). Then prove that $dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.

పరిమిత పరిమాణ సదిశాతరళం V(F) కి W_1 మరియు W_2 లు రెండు ఉపాంతరళంలు అయితే $dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$ అని చూపండి.

(OR)

(b) If W_1 and W_2 are the subspaces of $V_4(R)$ defined by $W_1 = \{ (a, b, c, d) / b - 2c + d = 0 \}$, $W_2 = \{ (a, b, c, d) / a = d , b = 2c \}$. Compute $\dim W_1$, $\dim W_2$, $\dim(W_1 \cap W_2)$ and $\dim(W_1 + W_2)$.

$V_4(R)$ కి W_1 మరియు W_2 లు రెండు ఉపాంతరళంలు $W_1 = \{ (a, b, c, d) / b - 2c + d = 0 \}$, $W_2 = \{ (a, b, c, d) / a = d , b = 2c \}$గా నిర్వచించబడిన $\dim W_1$, $\dim W_2$, $\dim(W_1 \cap W_2)$ మరియు $\dim(W_1 + W_2)$ లెక్కించండి.

13. (a) If $T : V_3(R) \to V_3(R)$ is a linear transformation defined by $T (a , b , c) = (3a , a - b , 2a + b + c)$, then show that $(T^2 - I) (T - 3I) = \hat{0}$.

$T : V_3(R) \to V_3(R)$ ని $T (a , b , c) = (3a , a - b , 2a + b + c)$ గా నిర్వచించిన ఋజు పరివర్తన అయితే $(T^2 - I) (T - 3I) = \hat{0}$ అని చూపండి.

(OR)

(b) State and prove Rank-nullity theorem.

కోటి – శూన్యత సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించండి.